κεφάλαιο 3

ανίσωση πρώτου βαθμού

Α1

επίλυση της ανίσωσης πρώτου βαθμού

Στην ανίσωση πρώτου βαθμού, το x εμφανίζεται υψωμένο μόνο στην πρώτη δύναμη. Η λύση μιας ανίσωσης, συνήθως οδηγεί σε διαστήματα λύσεων (σύνολα τιμών).

Για να λύσουμε μια ανίσωση πρώτου βαθμού, ακολουθούμε τα στάδια επίλυσης μιας εξίσωσης πρώτου βαθμού. Η μόνη διαφορά προκύπτει στο τελικό βήμα, σε περίπτωση που ο συντελεστής του αγνώστου είναι αρνητικός, οπότε και αλλάζουμε τη φορά της ανίσωσης.

Η πορεία επίλυσης μιας ανίσωσης πρώτου βαθμού είναι αυτή που παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών
(αν υπάρχουν παρονομαστές)

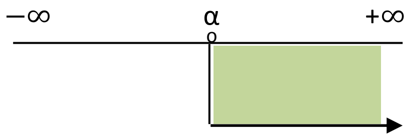
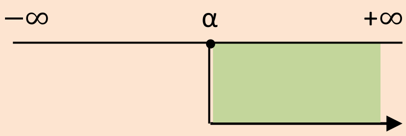
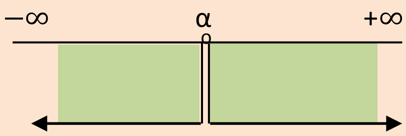
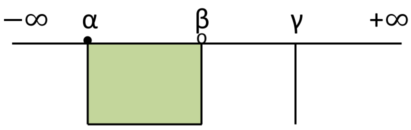
Χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους
(άγνωστοι θεωρούνται τα μονώνυμα που περιλαμβάνουν τον άγνωστο)

Εκτελούμε τυχόν πράξεις που μπορούν να γίνουν

Αν ο συντελεστής του αγνώστου είναι **θετικός**.	Αν ο συντελεστής του αγνώστου είναι **αρνητικός**.
Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το συντελεστή του αγνώστου και η φορά της ανίσωσης **διατηρείται.**	Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το συντελεστή του αγνώστου και η φορά της ανίσωσης **αλλάζει.**

Β τρόποι έκφρασης διαστημάτων

Συνήθως η λύση μιας ανίσωσης είναι ένα σύνολο τιμών, δηλαδή ένα διάστημα. Παρακάτω δίνονται οι μορφές των διαστημάτων που εμφανίζονται πιο συχνά.

Περιγραφή Λύσης	Διάστημα	Απεικόνιση διαστήματος
$x > \alpha$	$x \in (\alpha, +\infty)$	
$x \geq \alpha$	$x \in [\alpha, +\infty)$	
$\beta > x > \alpha$	$x \in (\alpha, \beta)$	
$x \neq \alpha$	$x \in \mathbb{R} - \{\alpha\}$	
$\beta > x \geq \alpha$ ή $x = \gamma$	$x \in [\alpha, \beta) \cup \{\gamma\}$	

Γ πράξεις επιτρεπτές στα μέλη μιας ανισότητας

Μεταξύ των μελών μιας ανισότητας μπορούμε:

να προσθέτουμε τον ίδιο αριθμό	$\alpha > \beta \Rightarrow \alpha + \gamma > \beta + \gamma$
να αφαιρούμε τον ίδιο αριθμό	$\alpha > \beta \Rightarrow \alpha - \gamma > \beta - \gamma$
να πολλαπλασιάζουμε **με τον ίδιο μη μηδενικό** αριθμό, οπότε:	
αν ο αριθμός με τον οποίο πολλαπλασιάζουμε είναι ΘΕΤΙΚΟΣ, η φορά της ανισότητας διατηρείται:	$\alpha > \beta \overset{\gamma>0}{\Longrightarrow} \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$
αν ο αριθμός με τον οποίο πολλαπλασιάζουμε είναι ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ, η φορά της ανισότητας ΑΛΛΑΖΕΙ:	$\alpha > \beta \overset{\gamma<0}{\Longrightarrow} \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$
να διαιρούμε με τον ίδιο, μη μηδενικό αριθμό, οπότε:	
αν ο αριθμός με τον οποίο διαιρούμε είναι ΘΕΤΙΚΟΣ, η φορά της ανισότητας διατηρείται:	$\alpha > \beta \overset{\gamma>0}{\Longrightarrow} \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$
αν ο αριθμός με τον οποίο διαιρούμε είναι ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ, η φορά της ανισότητας ΑΛΛΑΖΕΙ:	$\alpha > \beta \overset{\gamma<0}{\Longrightarrow} \frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$

ΠΡΟΣΟΧΗ! Αντιστροφή μιας ανισότητας με ομόσημα μέλη συνεπάγεται και αντιστροφή της φοράς της.

$$\alpha > \beta > 0 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$$

$$0 > \alpha > \beta \Rightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ! Αντιστροφή μιας ανισότητας με ετερόσημα μέλη συνεπάγεται διατήρηση της φοράς της.

Αν $\alpha > \beta$, με $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε ισχύει: $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$

Δ πράξεις επιτρεπτές στα μέλη δύο ανισοτήτων

Δύο ανισότητες μπορούμε κατά μέλη:

να τις προσθέτουμε (έχοντας βέβαια την ίδια φορά)	$\left.\begin{matrix} \alpha > \beta \\ \gamma > \delta \end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha + \gamma > \beta + \delta$
να τις πολλαπλασιάζουμε, αρκεί όλα τους τα μέλη να είναι θετικά	$\left.\begin{matrix} \alpha > \beta > 0 \\ \gamma > \delta > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$

ΠΡΟΣΟΧΗ! Δεν έχουμε δικαίωμα να αφαιρούμε ή να διαιρούμε τα μέλη δύο ανισοτήτων.