

εξίσωση πρώτου βαθμού

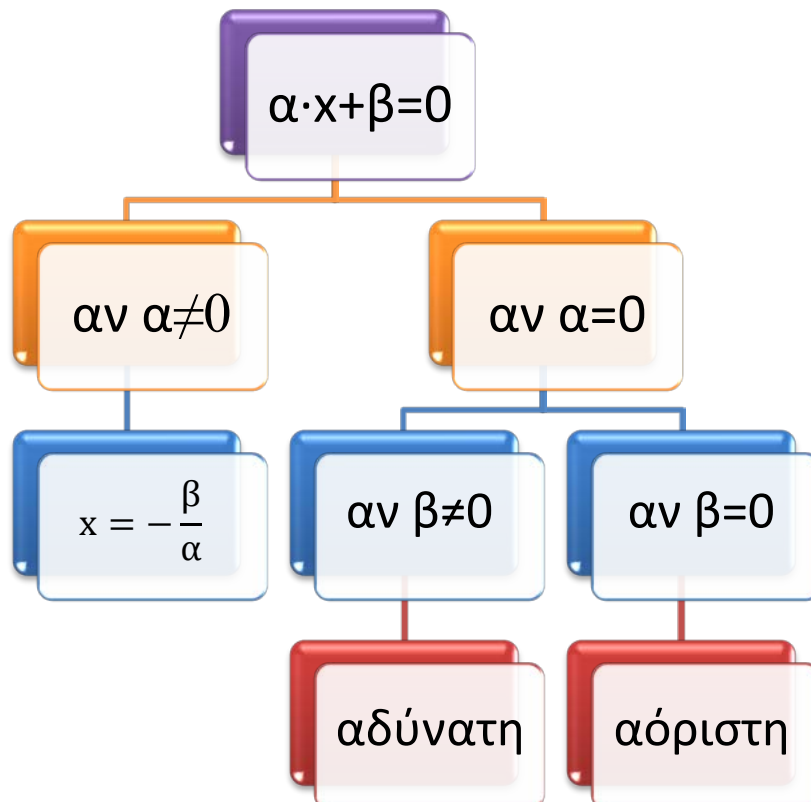
επίλυση της εξίσωσης πρώτου βαθμού

Εξίσωση, είναι κάθε ισότητα που περιέχει κάποιον άγνωστο, την τιμή του οποίου καλούμαστε να προσδιορίσουμε. Ο βαθμός μιας εξίσωσης καθορίζεται από τη μεγαλύτερη δύναμη του αγνώστου (συνήθως ο άγνωστος συμβολίζεται με το γράμμα x). Έτσι όταν ο άγνωστος εμφανίζεται υψωμένος στην πρώτη μόνο δύναμη, η αντίστοιχη εξίσωση ονομάζεται πρώτου βαθμού.

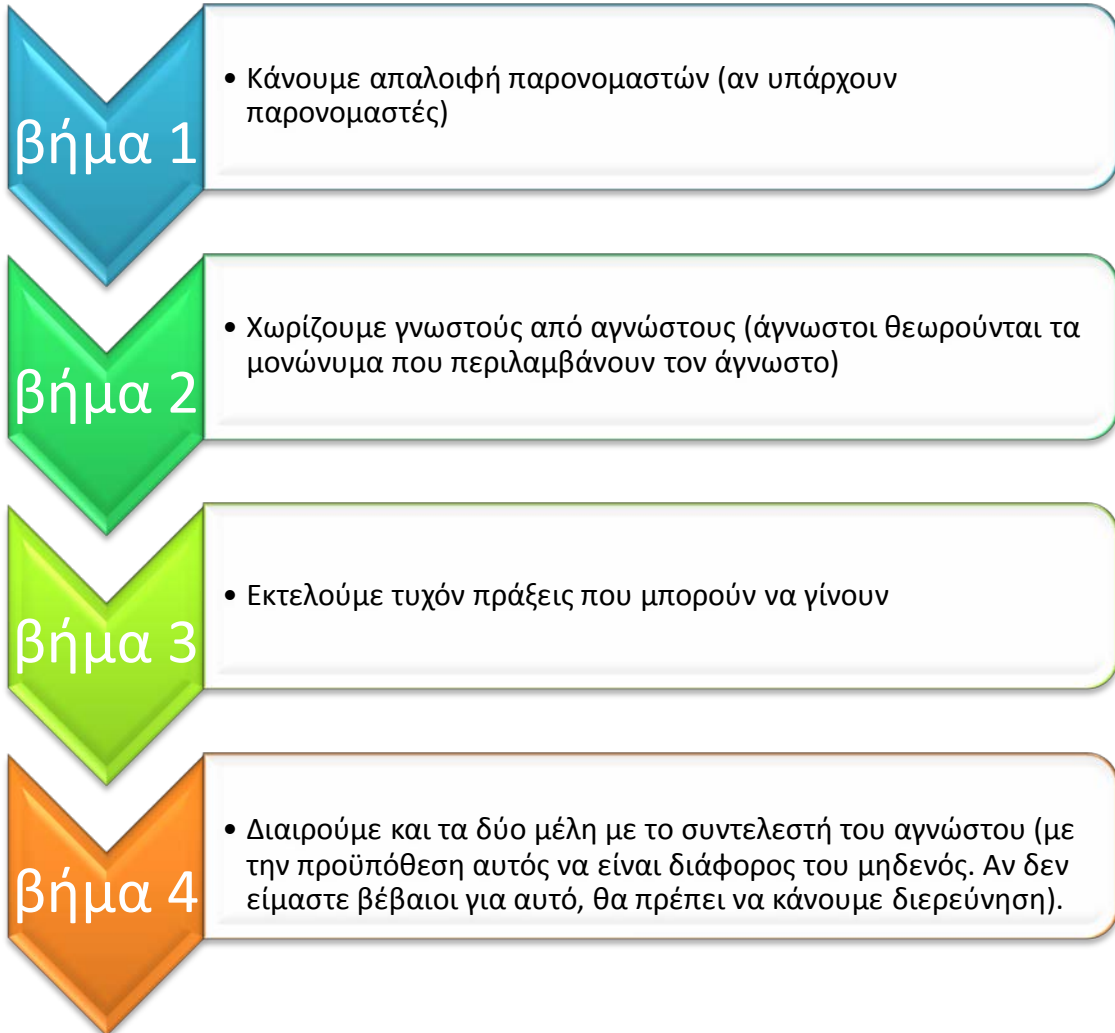
Η γενική μορφή της εξίσωσης πρώτου βαθμού είναι:

$$\alpha \cdot x + \beta = 0$$

Το διάγραμμα ροής για την επίλυση της εξίσωσης πρώτου βαθμού είναι:



Στην ουσία, όταν μας δώσουν μια εξίσωση πρώτου βαθμού, για να τη λύσουμε ακολουθούμε την παρακάτω πορεία:



παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3x-1}{2} - \frac{5-x}{6} = x + \frac{5x-1}{3}$.

Λύση

$$\frac{3x-1}{2} - \frac{5-x}{6} = x + \frac{5x-1}{3} \Leftrightarrow$$

$$6 \frac{3x-1}{2} - 6 \frac{5-x}{6} = 6x + 6 \frac{5x-1}{3} \Leftrightarrow$$

Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών, πολλαπλασιάζοντας κάθε όρο της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π.

$$3(3x-1) - (5-x) = 6x + 2(5x-1) \Leftrightarrow$$

$$9x - 3 - 5 + x = 6x + 10x - 2 \Leftrightarrow$$

Κάνουμε τις πράξεις (πολλαπλασιασμούς)

$$9x + x - 6x - 10x = 3 + 5 - 2 \Leftrightarrow$$

Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους

$$-6x = 6 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{6}{-6} \Leftrightarrow$$

Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου

$$x = -1$$

Αν μια εξίσωση πρώτου βαθμού κατά την επίλυσή της οδηγηθεί σε άτοπο, είναι ΑΔΥΝΑΤΗ.

Αν μια εξίσωση πρώτου βαθμού κατά την επίλυσή της οδηγηθεί σε κάτι αυτονόητα ορθό, είναι ΑΟΡΙΣΤΗ.

Παραδείγματα: Να λυθούν οι εξισώσεις

$$1. \frac{3x-2}{4} = x - \frac{x-5}{4}$$

$$2. \frac{x+2}{3} = \frac{5x+4}{6} - \frac{x}{2}$$

Λύση

1. $\frac{3x-2}{4} = x - \frac{x-5}{4}$	
$4 \cdot \frac{3x-2}{4} = 4 \cdot x - 4 \cdot \frac{x-5}{4}$	Απαλοιφή παρονομαστών
$3x - 2 = 4x - (x - 5)$	
$3x - 2 = 4x - x + 5$	Κάνουμε πράξεις
$3x - 2 = 3x + 5$	
$3x - 3x = 2 + 5$	Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
$0x = 7$	
$0 = 7$	
Αδύνατη	

2. $\frac{x+2}{3} = \frac{5x+4}{6} - \frac{x}{2}$	
$6 \cdot \frac{x+2}{3} = 6 \cdot \frac{5x+4}{6} - 6 \cdot \frac{x}{2}$	Απαλοιφή παρονομαστών
$2(x+2) = 5x+4-3x$	Κάνουμε πράξεις
$2x+4 = 5x+4-3x$	
$2x-5x+3x = 4-4$	Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
$0x = 0$	
$0 = 0$	
Αόριστη	

B

παραμετρική εξίσωση πρώτου βαθμού

Στις παραμετρικές εξισώσεις πρώτου βαθμού, εκτός από τον άγνωστο x , υπάρχει και άλλο γράμμα (συνήθως συμβολίζεται λ). Αυτό το γράμμα δεν πρέπει να αντιμετωπίζεται ως άγνωστος. Πρόκειται για ένα γράμμα, που ανάλογα με τις τιμές που λαμβάνει, τροποποιεί την εξίσωση. Έτσι η παράμετρος μπορεί να καταστήσει μια εξίσωση αδύνατη, να την κάνει να έχει μία λύση ή άπειρες λύσεις.

Για να μπορέσουμε να βρούμε τον τρόπο που η παράμετρος επιδρά στην εξίσωση στην οποία περιέχεται, οφείλουμε να κάνουμε διερεύνηση, δηλαδή να εξετάσουμε τι θα συμβεί για κάθε διαφορετική τιμή της παραμέτρου.

Η διαδικασία που ακολουθείται για την επίλυση μιας παραμετρικής εξίσωσης πρώτου βαθμού περιγράφεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών
(αν υπάρχουν παρονομαστές)

Χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους
(άγνωστοι θεωρούνται τα μονώνυμα που περιλαμβάνουν τον άγνωστο)
ΠΡΟΣΟΧΗ! Η παράμετρος ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΓΝΩΣΤΟΣ

Εκτελούμε τυχόν πράξεις που μπορούν να γίνουν

Διερευνούμε τις περιπτώσεις:

- A. ο συντελεστής του αγνώστου να μην είναι μηδέν
- B. ο συντελεστής του αγνώστου να είναι μηδέν

Παράδειγμα: Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, να λυθεί η εξίσωση

$$4 - 5\lambda x - \lambda^2 = -\lambda^2 x - 6x$$

Λύση

$4 - 5\lambda x - \lambda^2 = -\lambda^2 x - 6x$	Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
$\lambda^2 x - 5\lambda x + 6x = \lambda^2 - 4$	Κάνουμε πράξεις
$(\lambda^2 - 5\lambda + 6)x = (\lambda - 2)(\lambda + 2)$	
$(\lambda - 2)(\lambda - 3)x = (\lambda - 2)(\lambda + 2)$	ΔΕ ΔΙΑΙΡΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΟΥ ΑΓΝΩΣΤΟΥ ΑΦΟΥ ΔΕ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΑΝ ΕΙΝΑΙ Ή ΟΧΙ ΔΙΑΦΟΡΟΣ ΤΟΥ ΜΗΔΕΝΟΣ

Στο σημείο αυτό αρχίζουμε τη διερεύνηση:

A. Αν $(\lambda - 2)(\lambda - 3) \neq 0$ τότε:	B. Αν $(\lambda - 2)(\lambda - 3) = 0$ τότε:	
$\frac{(\lambda - 2)(\lambda - 3)}{(\lambda - 2)(\lambda - 3)} x = \frac{(\lambda - 2)(\lambda + 2)}{(\lambda - 2)(\lambda - 3)}$	Αν $\lambda=2$ τότε:	Αν $\lambda=3$ τότε:
$x = \frac{\lambda + 2}{\lambda - 3}$	$0x = 0$	$0x = 5$
μοναδική λύση	αόριστη	αδύνατη

Γ

επιτρεπτές πράξεις στα μέλη μιας εξίσωσης

Μεταξύ των μελών μιας εξίσωσης μπορούμε:

να προσθέτουμε τον ίδιο αριθμό	$\alpha = \beta \Rightarrow \alpha + \gamma = \beta + \gamma$
να αφαιρούμε τον ίδιο αριθμό	$\alpha = \beta \Rightarrow \alpha - \gamma = \beta - \gamma$
να πολλαπλασιάζουμε με τον ίδιο αριθμό	$\alpha = \beta \Rightarrow \alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$
να διαιρούμε με τον ίδιο, μη μηδενικό αριθμό	$\alpha = \beta \Rightarrow \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$

Δ

επιτρεπτές πράξεις στα μέλη δύο εξισώσεων

Δύο εξισώσεις μπορούμε κατά μέλη:

να τις προσθέτουμε	$\left. \begin{matrix} \alpha = \beta \\ \gamma = \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha + \gamma = \beta + \delta$
να τις αφαιρούμε	$\left. \begin{matrix} \alpha = \beta \\ \gamma = \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha - \gamma = \beta - \delta$
να τις πολλαπλασιάζουμε	$\left. \begin{matrix} \alpha = \beta \\ \gamma = \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \delta$
να τις διαιρούμε, αρκεί βέβαια να μη διαιρούμε με το μηδέν	$\left. \begin{matrix} \alpha = \beta \\ \gamma = \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}, \text{ με } \gamma \cdot \delta \neq 0$