

ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

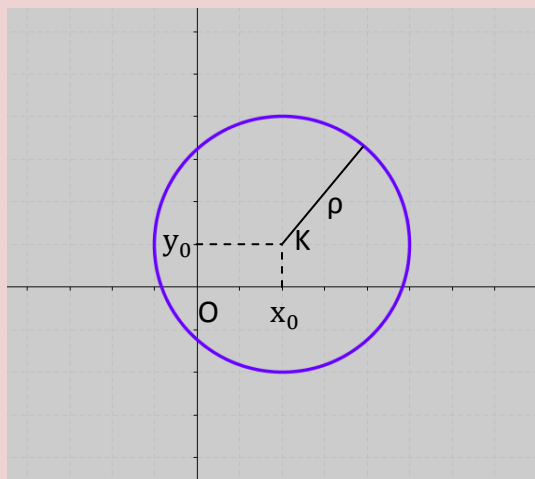
κύκλος

Κύκλος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου, που η απόσταση τους από ένα σταθερό σημείο του επιπέδου, το οποίο καλούμε κέντρο, είναι σταθερή. Την απόσταση αυτή ονομάζουμε ακτίνα του κύκλου.

εξίσωση του κύκλου

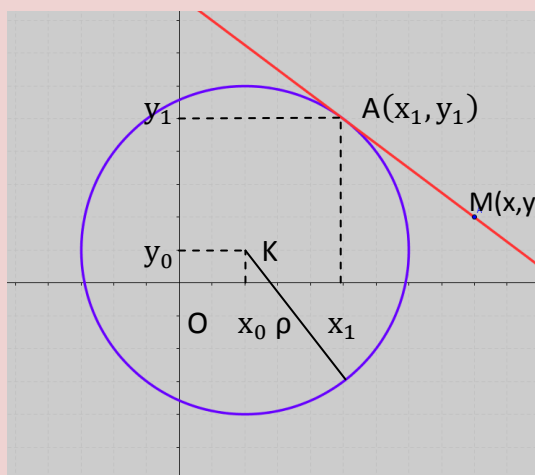
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

όπου $K(x_0, y_0)$ οι συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου και ρ η ακτίνα του



εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου

$$(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x) + (y_1 - y_0) \cdot (y_1 - y) = 0$$



γενική μορφή εξίσωσης κύκλου: η εξίσωση

$$x^2 + y^2 + A \cdot x + B \cdot y + \Gamma = 0$$

όταν ισχύει

$$A^2 + B^2 - 4 \cdot \Gamma > 0$$

εκφράζει κύκλο με κέντρο

$$\kappa \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right)$$

και ακτίνα

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4 \cdot \Gamma}}{2}$$

B

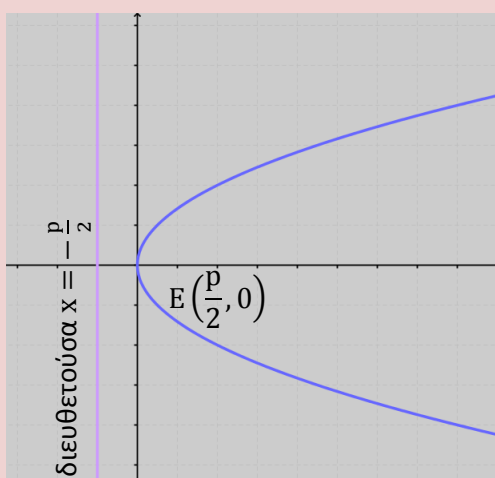
παραβολή

Έστω μια ευθεία δ και ένα σημείο E εκτός της δ . Ονομάζεται παραβολή με εστία το σημείο E και διευθετούσα την ευθεία δ , ο γεωμετρικός τόπος C των σημείων του επιπέδου τα οποία ισαπέχουν από την E και τη δ .

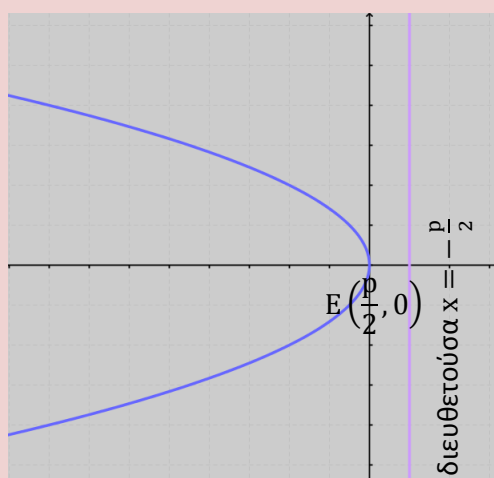
εξίσωση της παραβολής

$$y^2 = 2 \cdot p \cdot x$$

αν $p > 0$



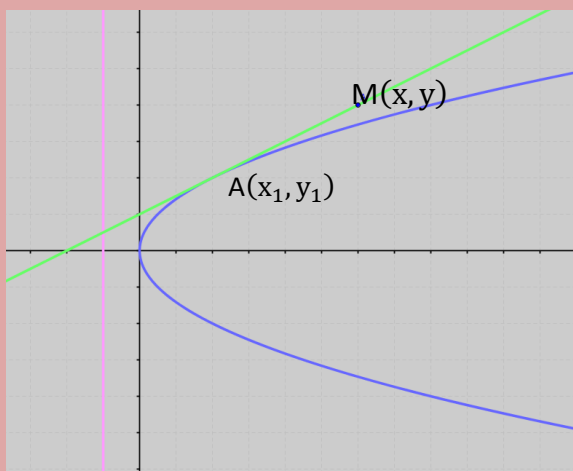
αν $p < 0$



εξίσωση εφαπτομένης της παραβολής

$$y \cdot y_1 = p \cdot (x + x_1)$$

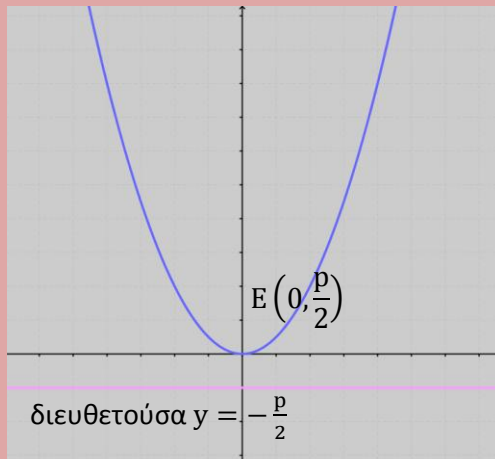
σε κάποιο σημείο $A(x_1, y_1)$ της παραβολής $y^2 = 2 \cdot p \cdot x$



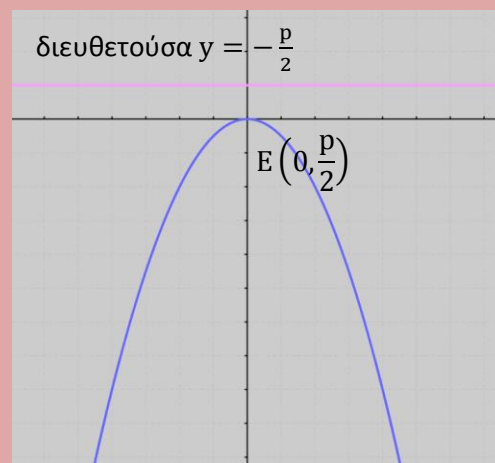
εξίσωση της
παραβολής

$$x^2 = 2 \cdot p \cdot y$$

αν $p > 0$



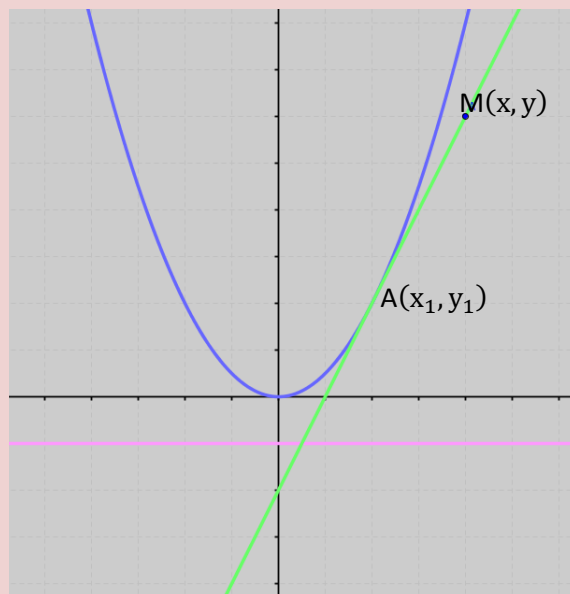
αν $p < 0$



εξίσωση
εφαπτομένης
της παραβολής

$$x \cdot x_1 = p \cdot (y + y_1)$$

σε κάποιο σημείο $A(x_1, y_1)$ της παραβολής $x^2 = 2 \cdot p \cdot y$



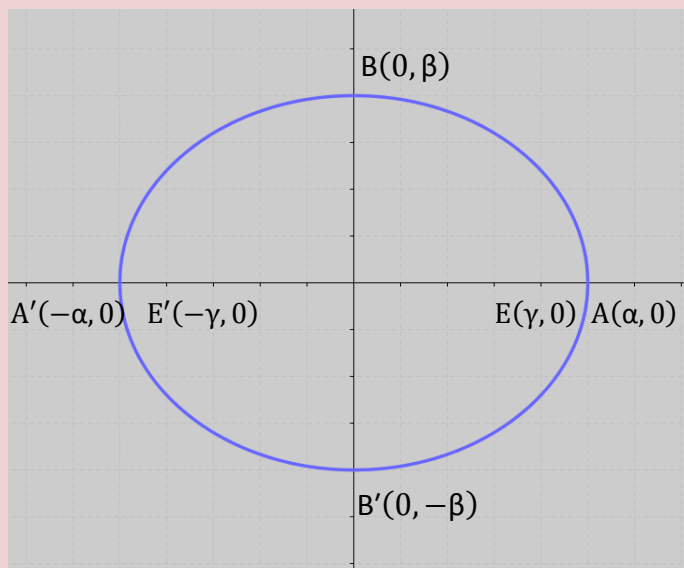
Έστω E' και E δύο σημεία ενός επιπέδου. Ονομάζεται έλλειψη με εστίες τα σημεία E' και E ο γεωμετρικός τόπος C των σημείων του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από τα E' και E είναι σταθερό και μεγαλύτερο του $E'E$. Το σταθερό αυτό άθροισμα το συμβολίζουμε, συνήθως, με $2a$ και την απόσταση των εστιών E' και E με 2γ . Η απόσταση $E'E$ ονομάζεται εστιακή απόσταση της έλλειψης.

εξίσωση της έλλειψης

η εξίσωση της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ και σταθερό άθροισμα $2a$ είναι

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$$

όπου $\beta = \sqrt{a^2 - \gamma^2}$



εκκεντρότητα της έλλειψης

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{a} < 1$$

$$\frac{\beta}{a} = \sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

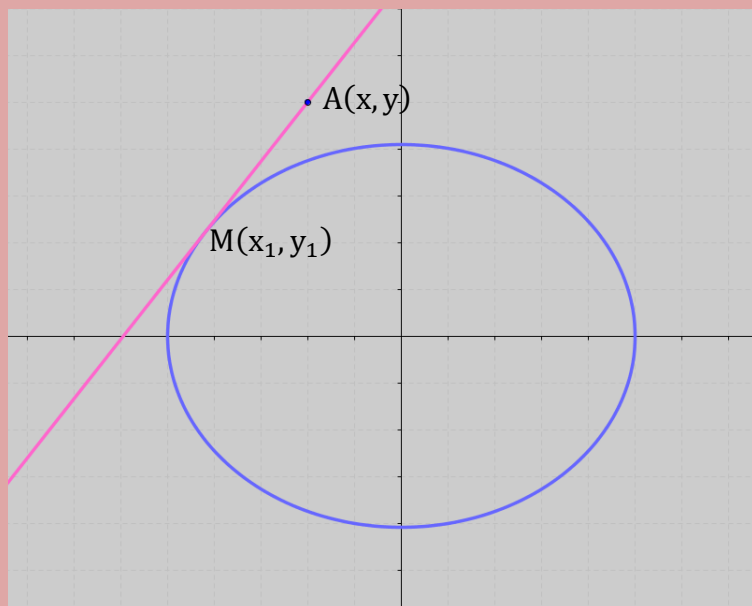
όσο $\varepsilon \rightarrow 0$ η έλλειψη τείνει να γίνει κύκλος

όσο $\varepsilon \rightarrow 1$ η έλλειψη τείνει να γίνει ευθύγραμμο τμήμα

εξίσωση
εφαπτομένης
της έλλειψης

η εξίσωση εφαπτομένης της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$, σε κάποιο σημείο της $M(x_1, y_1)$ δίνεται από τη σχέση

$$\frac{x \cdot x_1}{\alpha^2} + \frac{y \cdot y_1}{\beta^2} = 1$$

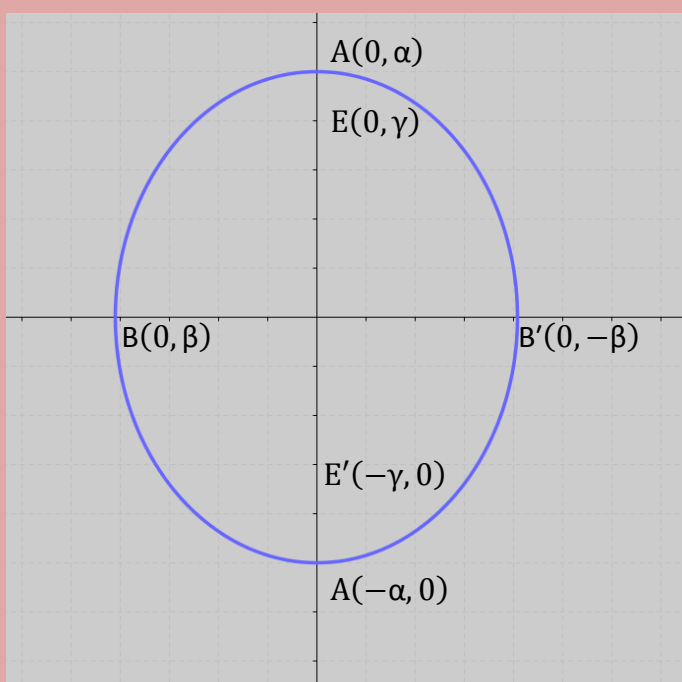


εξίσωση της
έλλειψης

η εξίσωση της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(0, -\gamma)$, $E(0, \gamma)$ και σταθερό άθροισμα 2α είναι

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1$$

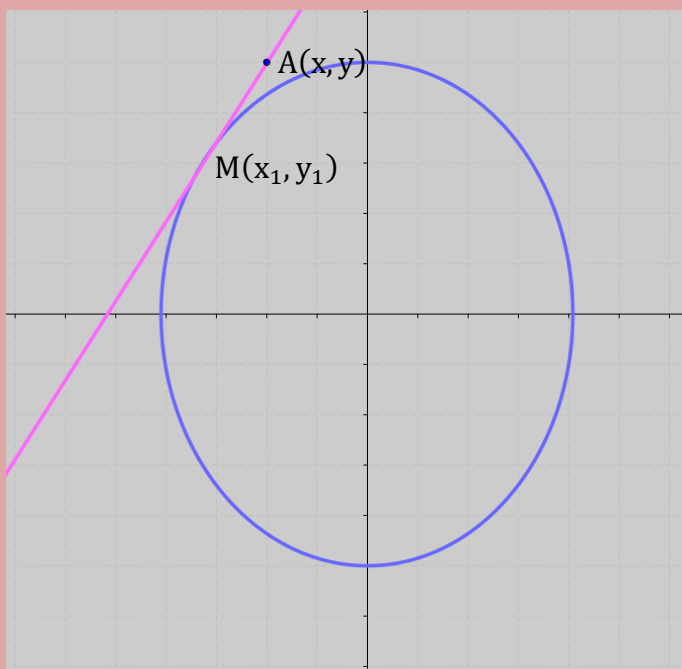
όπου $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$



εξίσωση
εφαπτομένης
της έλλειψης

η εξίσωση εφαπτομένης της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(0, -\gamma)$ και $E(0, \gamma)$, σε κάποιο σημείο της $M(x_1, y_1)$ δίνεται από τη σχέση

$$\frac{y \cdot y_1}{\alpha^2} + \frac{x \cdot x_1}{\beta^2} = 1$$



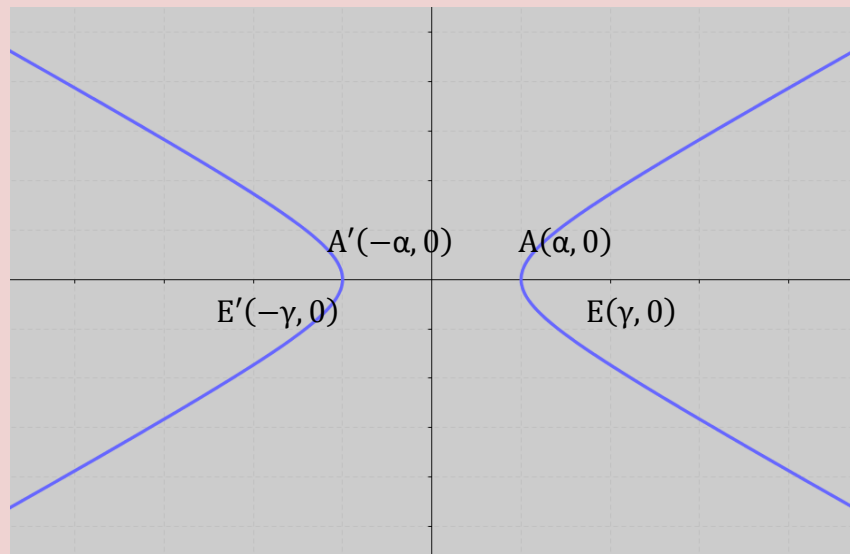
Έστω E' και E δύο σημεία ενός επιπέδου. Ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία E' και E ο γεωμετρικός τόπος C των σημείων του επιπέδου των οποίων η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων από τα E' και E είναι σταθερή και μικρότερη του $(E'E)$. Την απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων κάθε σημείου της υπερβολής από τις εστίες την παριστάνουμε συνήθως με $2a$, ενώ την απόσταση των εστιών με 2γ . Η απόσταση $E'E$ ονομάζεται εστιακή απόσταση της υπερβολής.

εξίσωση της υπερβολής

η εξίσωση της υπερβολής C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ και σταθερή διαφορά $2a$ είναι

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

όπου $b = \sqrt{\gamma^2 - a^2}$

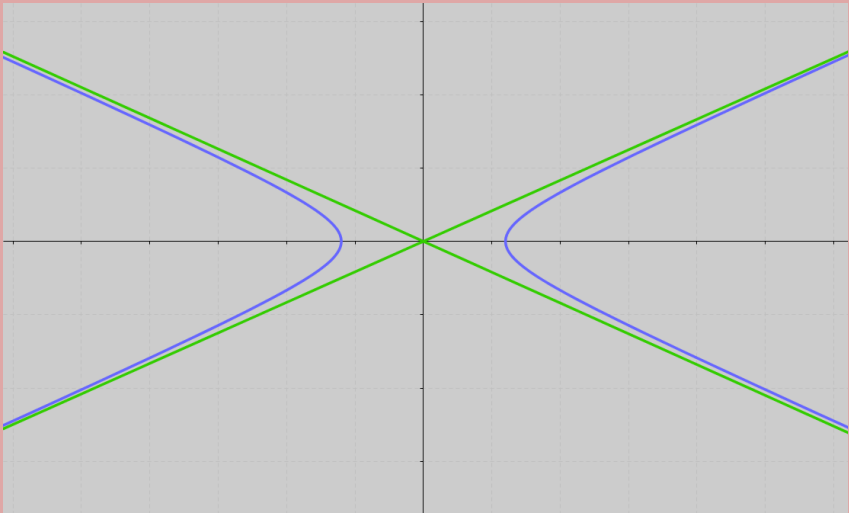
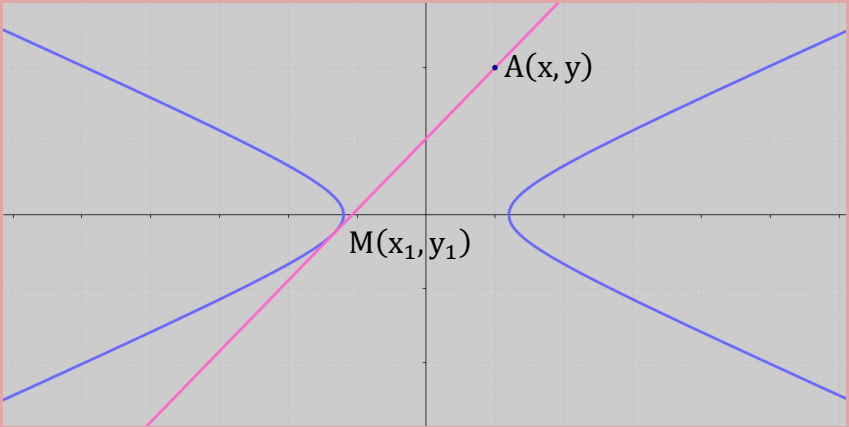


εκκεντρότητα της υπερβολής

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{a} > 1$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\varepsilon^2 - 1}$$

η εκκεντρότητα ε προσδιορίζει το συντελεστή διεύθυνσης της κάθε ασύμπτωτης της υπερβολής

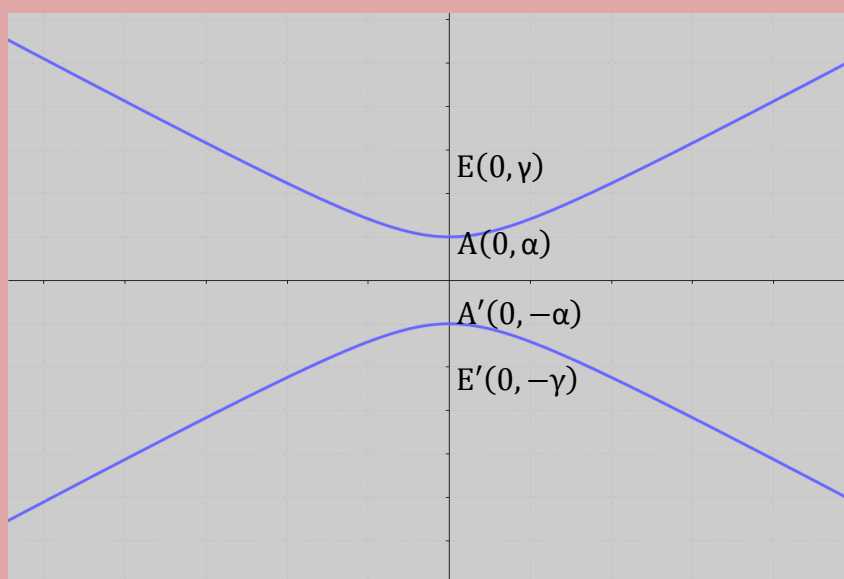
ασύμπτωτες της υπερβολής	οι εξισώσεις των ασύμπτωτων ευθειών της υπερβολής C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ και σταθερή διαφορά 2α είναι $y = \frac{\beta}{\alpha} \cdot x \text{ και } y = -\frac{\beta}{\alpha} \cdot x$
	
εξίσωση εφαπτομένης της υπερβολής	η εξίσωση εφαπτομένης της υπερβολής C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$, σε κάποιο σημείο της $M(x_1, y_1)$ δίνεται από τη σχέση $\frac{x \cdot x_1}{\alpha^2} - \frac{y \cdot y_1}{\beta^2} = 1$
	

εξίσωση της
υπερβολής

η εξίσωση της υπερβολής C με εστίες τα σημεία $E'(0, -\gamma)$, $E(0, \gamma)$ και σταθερή διαφορά 2α είναι

$$\frac{y^2}{\alpha^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$$

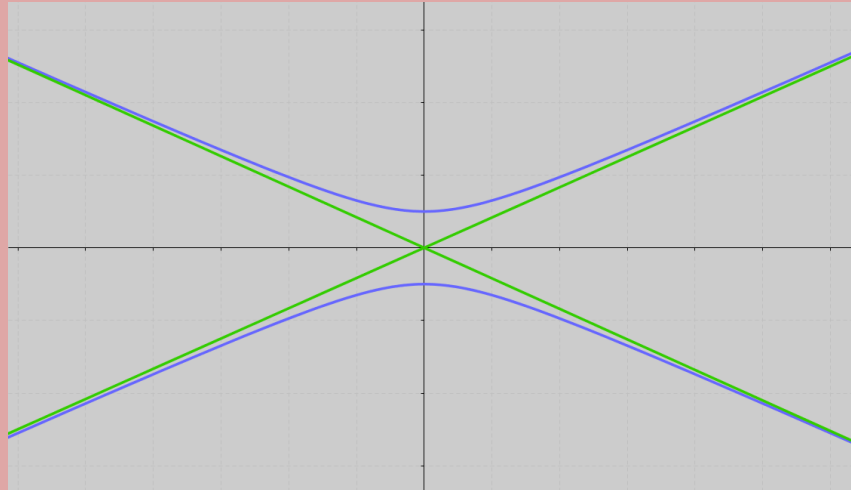
όπου $\beta = \sqrt{\gamma^2 - \alpha^2}$



ασύμπτωτες
της υπερβολής

οι εξισώσεις των ασύμπτωτων ευθειών της υπερβολής C με εστίες τα σημεία $E'(0, -\gamma)$, $E(0, \gamma)$ και σταθερή διαφορά $2a$ είναι

$$y = \frac{a}{b} \cdot x \text{ και } y = -\frac{a}{b} \cdot x$$



εξίσωση
εφαπτομένης
της υπερβολής

η εξίσωση εφαπτομένης της υπερβολής C με εστίες τα σημεία $E'(0, -\gamma)$ και $E(0, \gamma)$, σε κάποιο σημείο της $M(x_1, y_1)$ δίνεται από τη σχέση

$$\frac{y \cdot y_1}{a^2} - \frac{x \cdot x_1}{b^2} = 1$$

