

η ευθεία

γενική μορφή ευθείας

Η γενική μορφή της εξίσωσης της ευθείας είναι:

$$Ax + By + \Gamma = 0 \text{ με } A \neq 0 \text{ ή } B \neq 0$$

Εντούτοις, συχνά εμφανίζεται και με κάποια από τις μορφές:

$$y = \lambda \cdot x + \beta$$

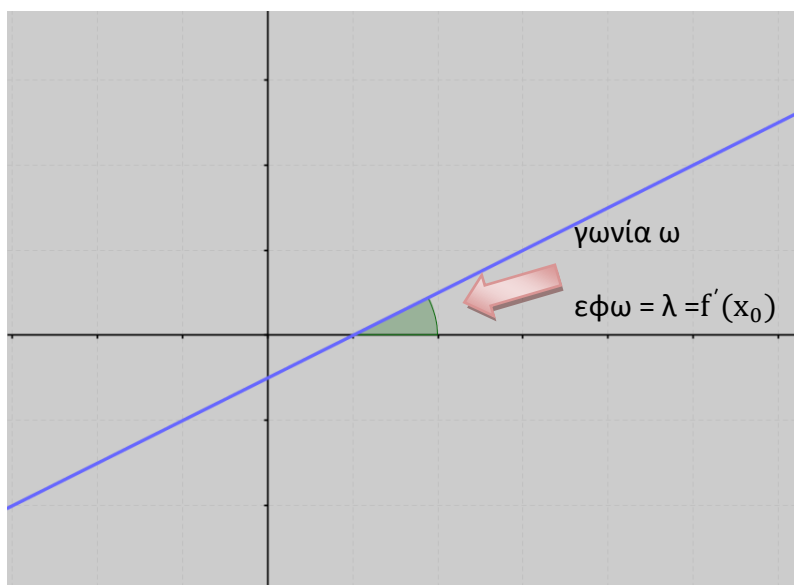
$$y - y_0 = \lambda \cdot (x - x_0)$$

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Η τελευταία σχέση είναι γνωστή ως εξίσωση εφαπτομένης συνάρτησης.

συντελεστής διεύθυνσης ευθείας

Ο **συντελεστής διεύθυνσης** μιας ευθείας (ονομάζεται και κλίση της ευθείας), εκφράζει την εφαπτομένη της γωνίας ω , που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.



Σε κάθε περίπτωση, **για να προσδιορίσουμε το συντελεστή διεύθυνσης** μιας ευθείας κάνουμε κάτι από τα παρακάτω, ανάλογα με τα δεδομένα του προβλήματος:

- λύνουμε την εξίσωσή της (αν τη γνωρίζουμε) ως προς y . Τότε, ο συντελεστής του x (**μαζί με το πρόσημο και τυχόν παρονομαστή που μπορεί να έχει**), είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας. *(Μοναδική εξαίρεση σε αυτό, είναι εξισώσεις της μορφής $x = \text{αριθμός}$, οι οποίες εκφράζουν ευθείες που είναι κάθετες στον άξονα $x'x$, και ο συντελεστής διεύθυνσής τους δεν ορίζεται).*
- Αν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες δύο σημείων $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$ της ευθείας, τότε μπορούμε να προσδιορίσουμε το συντελεστή διεύθυνσης της από τη σχέση:

$$\lambda = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$\text{με } x_A \neq x_B$$

Αν $x_A = x_B$ τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας δεν ορίζεται και η εξίσωσή της είναι $x = x_A$.

- Αν γνωρίζουμε τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$, τότε $\lambda = \epsilon\phi\omega$.
- Αν γνωρίζουμε την εξίσωση μιας άλλης ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης λ_1 , ως προς την οποία η ζητούμενη ευθεία είναι παράλληλη, τότε $\lambda = \lambda_1$
- Αν γνωρίζουμε την εξίσωση μιας άλλης ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης λ_1 , ως προς την οποία η ζητούμενη ευθεία είναι κάθετη, τότε $\lambda \cdot \lambda_1 = -1$

Β

κοινά σημεία της ευθείας με τους άξονες

- ▶ Για να προσδιορίσουμε το κοινό σημείο μιας ευθείας με τον άξονα x' (με την προϋπόθεση να υπάρχει κοινό σημείο), θέτουμε $y=0$ στην εξίσωσή της, και λύνουμε στη συνέχεια ως προς x . Η τιμή x_0 που προσδιορίζουμε, αποτελεί την τετμημένη του σημείου. Επομένως το ζητούμενο σημείο είναι: $A(x_0, 0)$.
- ▶ Για να προσδιορίσουμε το κοινό σημείο μιας ευθείας με τον άξονα y' (με την προϋπόθεση να υπάρχει κοινό σημείο), θέτουμε $x=0$ στην εξίσωσή της, και λύνουμε στη συνέχεια ως προς y . Η τιμή y_0 που προσδιορίζουμε, αποτελεί την τεταγμένη του σημείου. Επομένως το ζητούμενο σημείο είναι: $B(0, y_0)$.

Γ

συνθήκη παραλληλίας ευθειών

Για να είναι δύο ευθείες παράλληλες, θα πρέπει να έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης, δηλαδή θα πρέπει $\lambda_1 = \lambda_2$.

Δ

συνθήκη καθετότητας ευθειών

Για να είναι δύο ευθείες κάθετες, θα πρέπει το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσής τους να ισούται με -1 , δηλαδή πρέπει: $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

Για να προσδιορίσουμε (αν υπάρχουν) τα κοινά σημεία δύο ευθειών, λύνουμε το σύστημα των εξισώσεών τους.

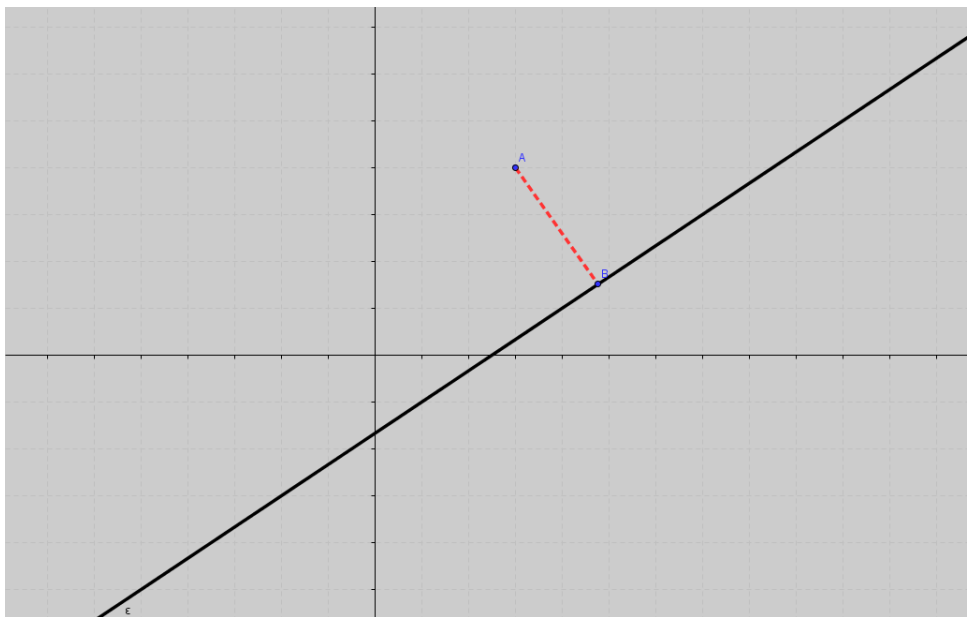
Αν προκύψει λύση, τότε αυτή εκφράζει τις συντεταγμένες του κοινού σημείου των ευθειών.

Αν το σύστημα προκύψει αδύνατο, σημαίνει ότι οι ευθείες είναι παράλληλες, οπότε δεν έχουν κοινό σημείο (δύο παράλληλες ευθείες δεν έχουν κοινό σημείο, επομένως το σύστημα των εξισώσεών τους είναι αδύνατο).

Αν το σύστημα προκύψει να έχει άπειρες λύσεις, σημαίνει ότι οι ευθείες ταυτίζονται (δύο ευθείες που ταυτίζονται έχουν άπειρα κοινά σημεία).

Όταν θέλουμε να προσδιορίσουμε την απόσταση ενός σημείου $A(x_A, y_A)$ από μια ευθεία $\epsilon: Ax + By + \Gamma = 0$, χρησιμοποιούμε τη σχέση:

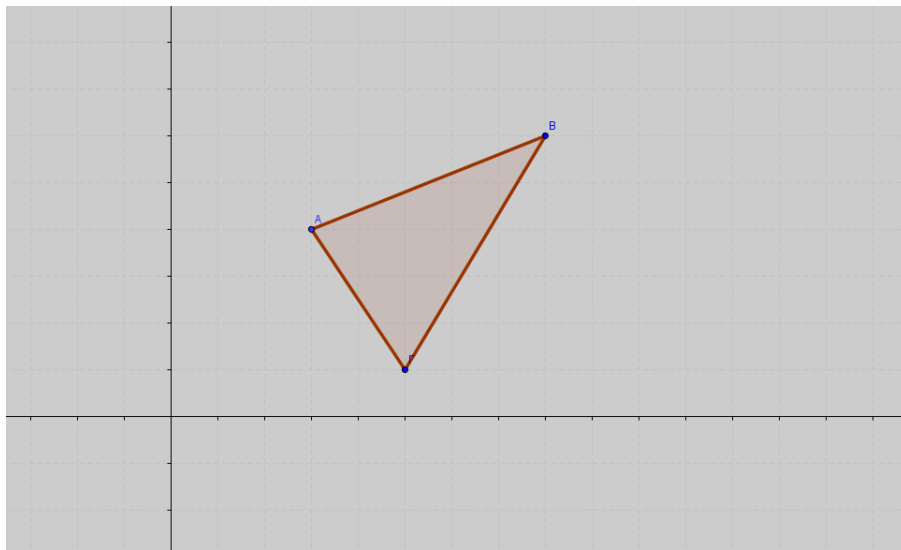
$$d(A, \epsilon) = \frac{|A \cdot x_A + B \cdot y_A + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



Αν η απόσταση έχει τιμή μηδέν, το σημείο A ανήκει στην ευθεία ϵ .

Όταν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες τριών σημείων $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ και $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ και ζητάμε να προσδιορίσουμε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ που αυτά ορίζουν, χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ x_A - x_\Gamma & y_A - y_\Gamma \end{vmatrix}$$



Αν το εμβαδόν προσδιοριστεί ίσο με το μηδέν, τα σημεία A , B και Γ είναι συνευθειακά.