

Διαγώνισμα ΕΠΑΛ Γ Λυκείου, στα Μαθηματικά – Σ. Ασημέλλης

Ζήτημα Α

Α. Να διατυπώσετε το θεώρημα Fermat

Β. Να αναφέρετε τον ορισμό της γνησίως φθίνουσας συνάρτησης

Ζήτημα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - \alpha^2$, με $\alpha > 0$

Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-2, -51)$:

α. να προσδιορίσετε την τιμή του α

β. να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία και ακρότατα

γ. να συγκρίνετε (με αιτιολόγηση) τα $f(1,384)$ και $f(2,028)$

Ζήτημα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \ln x - \beta x^2$.

Αν γνωρίζουμε ότι η f έχει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 3$ και ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, -\frac{1}{2})$:

α. Να δείξετε ότι $\alpha=9$ και $\beta = \frac{1}{2}$

β. Να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία και ακρότατα

Ζήτημα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - (a^2 - 1)x^2 - (3a^2 + 5a + 2)x + 52$.

Αν η f εμφανίζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = -2$:

α. να βρείτε το α

β. για $\alpha=2$,

i. να προσδιορίσετε τη μονοτονία και τα ακρότατα της f

ii. να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{f'(x) - 2x^2 + 32}$$

